XXVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I
Zadania teoretyczne

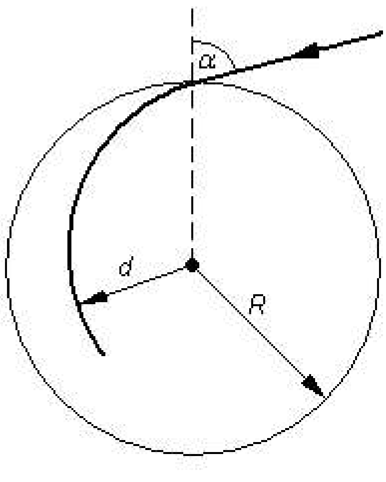
ZADANIE T5

Nazwa zadania: „Promień świetlny w kuli”

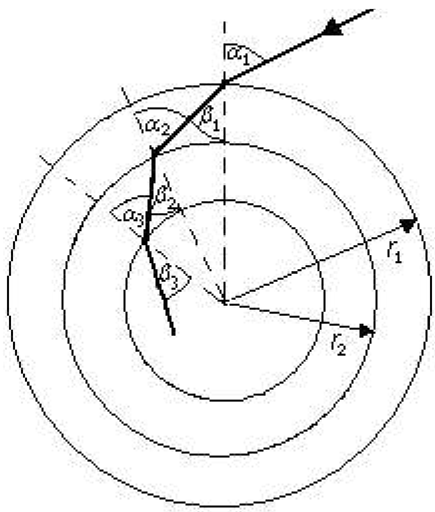
Dana jest przezroczysta kula o promieniu R.Współczynnik załamania światła na taj kuli zależy od odległości r od środka według wzoru

$$n(r) = \frac{R+a}{r+a}; \qquad a > 0 .$$

Na kulę pod kątem α (rys.23) pada promień świetlny. Wyznacz najmniejszą odległość d tego promienia od środka kuli.



Rys. 23



Rys. 24

ROZWIĄZANIE ZADANIA T5

Najpierw należy udowodnić że:

$$n(r) r \sin\beta(r) = const.,$$

gdzie $\beta(r)$ oznacza kąt załamania promienia na powierzchni kulistej o promieniu r współśrodkowej z badaną kulą.

Rozpatrzmy układ cienkich warstw sferycznych - rysunek24.Ztwierdzenia sinusów:

$$\frac{\sin\beta_1}{r_2} = \frac{\sin(\pi - \alpha_2)}{r_1} = \frac{\sin\alpha_2}{r_1}$$

Mamy też

$$\frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2} = \frac{n(r_2)}{n(r_1)}$$

Zatem

$$n(r_2)\sin\beta_2 = n(r_1)\sin\alpha_2 = n(r_1)\frac{r_1}{r_2\sin\beta_1}.$$

Stąd ogólnie

$$n(r)r\sin\beta(r) = const.$$

W szczególności biorąc pod uwagę powierzchnię kuli i punkt największego zbliżenia promienia, otrzymujemy

$$n(d)d\sin\beta(d) = n(R)R\sin\beta(R).$$

Ale

$$\beta(d) = 90°,\ (\text{ tj. } \sin\beta(d) = 1)$$

$$n(R) = 1,$$

$$\sin\beta(R) = \sin\alpha,$$

wobec tego

$$(R + a)d = d(R\sin\alpha) + a(R\sin\alpha),$$

$$d = \frac{aR\sin\alpha}{a + R(1 - \sin\alpha)}.$$

Zadanie powyższe wypadło dość słabo, mimo że podobnego typu zadania były kilkakrotnie reprezentowane na zawodach.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okregowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl