

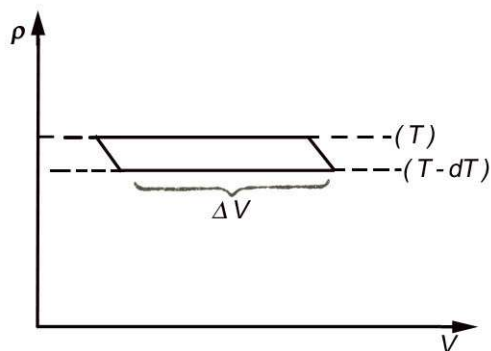
## XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III

### Zadanie teoretyczne

#### ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Prawo Stefana-Boltzmana”

Rozpatrując silnik termodynamiczny, w którym ciałem roboczym jest promieniowanie elektromagnetyczne, pracujący w cyklu Carnota (pokazany na rys. 97) i korzystając z II zasady termodynamiki wyprowadź prawo Stefana-Boltzmana głoszące, że energia wypromieniowana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w ciągu jednostki czasu jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej.



Rys. 97

Uwaga:

- 1) W zadaniu skorzystaj ze związku

$$p = \frac{1}{3}u,$$

gdzie:  $p$  oznacza ciśnienie promieniowania,  $u$  - jego objętościową gęstość energii. Związek ten był przedmiotem jednego z zadań olimpijskich i nie trzeba go dowodzić.

- 2) Sprawność silnika pracującego w cyklu Carnota wynosi

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdzie:  $T_1$  oznacza temperaturę grzejnika,  $T_2$  - temperaturę chłodnicy.

#### ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Zgodnie ze wskazówką, z II zasady termodynamiki  $\eta = \frac{dT}{T}$ . Obliczmy teraz  $\eta$  korzystając z definicji sprawności. W tym celu musimy policzyć otrzymaną pracę i pobrane ciepło w jednym cyklu. Praca wynosi oczywiście

$$\Delta V p(T) \qquad - \Delta V p(T - dT) =$$

praca na górnym odcinku poziomym      praca na dolnym odcinku poziomym

$$= \Delta V p(T) - \Delta V [p(T) - dp] = \Delta V p(T) - \Delta V p(T) + \Delta V dp = \frac{1}{3} du \Delta V.$$

$dp$  jest małą zmianą ciśnienia odpowiadającą małej zmianie temperatury  $dT$ . Ciepło zaś jest równe

$$\Delta(uV) + \Delta V p(T) = u \Delta V + \frac{1}{3} u \Delta V = 4/3 u \Delta V.$$

Zatem 
$$\eta = \frac{1}{4} \frac{du}{u}.$$

Wobec tego 
$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{4} \frac{du}{u},$$

stąd 
$$u(T) \sim T^4.$$

Przy obliczaniu pracy i ciepła zaniedbaliśmy efekty związane z odcinkami nierównoległymi do osi  $V$ . Uczyniliśmy tak dlatego, że odcinki te mają długość nieskończenie małą w stosunku do  $\Delta V$ .

Wyznaczenie zależności gęstości promieniowania od temperatury nie kończy jeszcze zadania. Należałoby jeszcze dowiedzieć, że energia  $E$  wysyłana przez jednostkę powierzchni np. wewnątrz z promieniowaniem w ciągu jednostki czasu jest proporcjonalna do  $u$ . Ten prosty dowód pozostawiamy Czytelnikowi. Tak więc

$$E \sim u \sim T^4.$$

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF” XXVII-XXVIII

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)