

# XXX OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T2

Nazwa zadania: „”

Dwa równoległe przewody o długości  $l$ , znajdujące się w odległości  $d \ll l$ , włączono do źródła o stałym napięciu  $U$  i zwarto oporem  $R$  (rys. poniżej). Promienie przewodów są równe i wynoszą  $r \ll d$ . Oblicz siłę ( kierunek i wartość ), jaką te przewody oddziałują na siebie , gdy  $d = 1\text{mm}$  ,  $U = 5\text{kV}$  ,  $r = 0,01\text{mm}$  ,  $R = 5\text{k}\Omega$  ,  $l = 1\text{m}$  .

Uwaga :

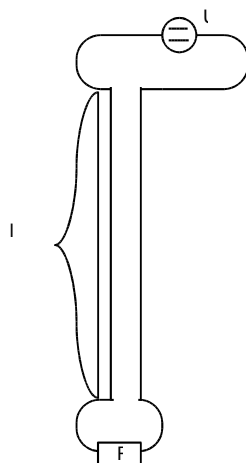
- 1) Pojemność wzajemna dwóch bardzo długich przewodów umieszczonych równoległe względem siebie wynosi

$$C = \frac{\Pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{d-r}{r}}$$

$\epsilon$  - stała dielektryczna ośrodka,

$\epsilon_0$  - przenikalność elektryczna próżni

- 2)  $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$



## ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Natężenie prądu płynącego w obwodzie, a zatem i w każdym z oddziałujących przewodów wynosi

$$I = \frac{U}{R + R'}$$

gdzie  $R'$  jest oporem przewodów, który można obliczyć na podstawie znajomości oporu właściwego  $\rho$  :

$$R' = \frac{2l}{\pi r^2} \rho$$

Podstawiając wartość oporu właściwego miedzi  $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$  oraz wymiary przewodów z treści zadania otrzymujemy  $R' = 100 \Omega$ . Ponieważ wartość  $R = 5 M\Omega$  jest duża, możemy w dalszych rozważaniach śmiało przyjąć  $R' \ll R$  i zaniedbać opór przewodów. W takiej sytuacji napięcie panujące między przewodami jest równe napięciu  $U$  źródła, a przewody można traktować jako okładki naładowanego kondensatora.

Oddziaływanie między przewodami będzie więc zarówno natury magnetycznej ( oddziaływanie dwóch przewodów z prądem ), jak i natury elektrostatycznej ( oddziaływanie między okładkami naładowanego kondensatora ).

Obliczymy najpierw siłę oddziaływania magnetycznego  $F_m$ . W przypadku dwóch długich ( w stosunku do odległości ) przewodów równoległych, siła ta jest określona znanym wzorem

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I^2}{d} l$$

(  $\mu_0$  - przenikalność magnetyczna próżni ).

Po podstawieniu wyrażenia na natężenie prądu  $I = U/R$  otrzymujemy

$$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{U^2}{dR^2} l \quad ( 1 )$$

Ponieważ w obu przewodach prąd płynie w przeciwne strony, pod wpływem siły  $F_m$  będą się one odpychać.

Do obliczenia siły  $F_e$  przyciągania elektrostatycznego przewodów wykorzystujemy wzór na natężenie pola elektrycznego  $E$  prostoliniowej i długiej, jednorodnie naładowanej ( gęstość liniowa ładunku równa  $\frac{Q}{l}$  ) nici w odległości  $d$  od niej.

Wzór ten możemy łatwo wyprowadzić z prawa Gaussa, gdy zdamy sobie sprawę, że wektor pola elektrycznego wytwarzanego przez taki ładunek jest prostopadły do nici. Rozpatrujemy w tym celu walec o promieniu  $d$  i wysokości  $h$ , którego oś pokrywa się z nicią. Strumień pola elektrycznego przez powierzchnię walca, który wynosi  $2\pi dhE$ , jest zgodnie z prawem Gaussa równy zawartemu wewnątrz walca ładunkowi, czyli  $\frac{Qh}{l}$  podzielonemu przez  $\epsilon\epsilon_0$ . Stąd wynika

$$E = \frac{\frac{Q}{l}}{2\pi\epsilon\epsilon_0 d}$$

Jeżeli w odległości  $d$  od naładowanej nici znajduje się równoległa do niej nić długości  $l$ , naładowana ładunkiem  $-Q$ , to przewody te przyciągają się siłą

$$F_c = QE = \frac{Q^2}{2\pi\epsilon\epsilon_0 ld} = \frac{U^2 C^2}{2\pi\epsilon\epsilon_0 ld}$$

Po podstawieniu podanego w treści zadania wyrażenia na  $C$  i skorzystaniu z warunku  $d \gg r$  otrzymujemy wzór przybliżony

$$F_c = \frac{\pi\epsilon\epsilon_0 l U^2}{2d \left( \ln \frac{d}{r} \right)^2} \quad (2)$$

Podstawiając do wzorów (1) i (2) wartości podane w treści zadania oraz  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ ,  $\epsilon = 1$  (próżnia, powietrze), otrzymujemy

$$F_m \approx 2 \cdot 10^{-19} \text{ N}, \quad F_c \approx 16 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Siły  $F_m$  i  $F_c$  mają – jak to wynika z przeprowadzonej powyżej dyskusji – przeciwne zwroty. Ponieważ  $F_c \gg F_m$ , wypadkowa siła  $F$  jest praktycznie równa  $F_c$ . Siła ta działa na każdy przewód w stronę drugiego przewodu: przewodniki przyciągają się. Ta pozorna sprzeczność w stosunku do tego, czego uczą podręczniki na temat oddziaływania dwóch przewodników z prądem, wynika stąd, że w omawianym przypadku siła oddziaływania (magnetycznego) płynących w przewodach prądów jest akurat zaniedbywalna w porównaniu z siłą oddziaływania elektrostatycznego ładunków zgromadzonych na tych przewodach.

Spróbujmy teraz poszukać takich wartości napięcia oraz natężenia prądu, przy których siły  $F_e$  i  $F_m$  działające na przewody są równe. Przede wszystkim nasuwa się propozycja zwiększenia natężenia prądu. Trzeba jednak uważać, aby nie doszło do stopienia cieniutkich przewodów. Jeśli przyjmiemy jeszcze bezpieczną wartość  $I = 50\text{mA}$ , to odpowiadająca jej wartość napięcia wyniesie około  $25\text{V}$ . Obie jednak siły  $F_e$  i  $F_m$  są w tym przypadku na tyle małe ( $\approx 5 \cdot 10^{-7}\text{N}$ ), że prawdopodobnie ginęłyby one „w tle” oddziaływań zewnętrznych, związanych z konwekcją powietrza wywołaną nagrzewaniem się drutów. Dlatego też do obserwacji siły magnetycznego oddziaływania przewodów z prądem należy stosować grubsze przewody i znacznie silniejsze prądy.

Skoro mowa o wpływie powietrza, należy jeszcze wspomnieć o niebezpieczeństwie wyładowania elektrycznego między przewodami : aby uniknąć wyładowań przy napięciu  $5\text{kV}$  konieczne byłoby umieszczenie przewodów w próżni lub na przykład w powietrzu pod zwiększonym ciśnieniem ( wyższe napięcie przebicia ).

Źródło:  
Autorzy : Andrzej Nadolny, Krystyna Pniewska  
Wydawnictwo : WSiP 1986 r

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)