

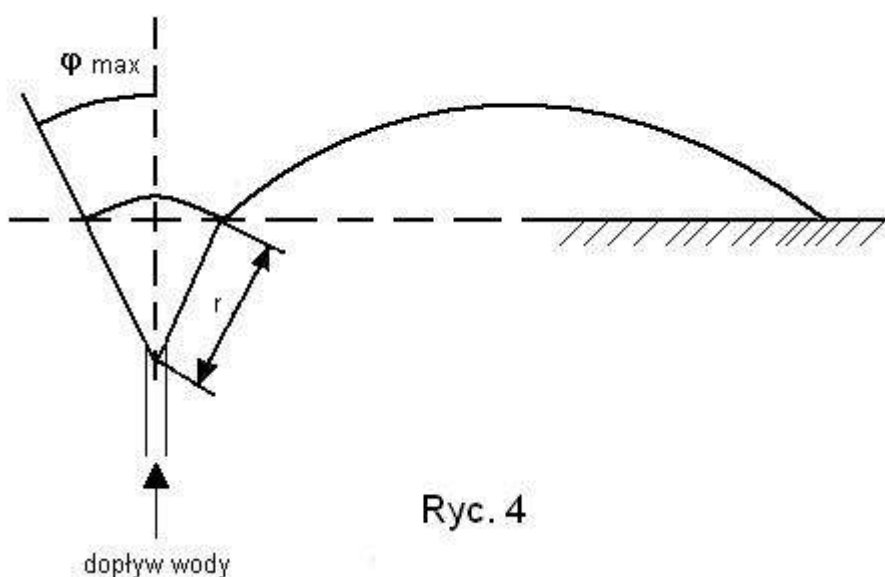
XXXII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Problem ze zraszarką do trawy.”

Do zraszania okrągłego klombu o promieniu R służy umieszczony w jego środku rozpylacz ze sferyczną nasadką o promieniu $r \ll R$ i o bardzo dużej liczbie N jednakowych, małych otworów, przez które wytryskuje woda (ryc. 4).



Ryc. 4

Jaka powinna być liczba otworów przypadająca na jednostkę powierzchni w zależności od kąta φ względem pionowo ustawionej osi rozpylacza, aby klomb był zraszany równomiernie. Nasadka znajduje się na poziomie klombu. Kąt rozwarcia nasadki wynosi $2\varphi_{max} < 90^\circ$. Opór powietrza zaniedbujemy.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Liczba otworów w czaszy o rozwartości 2φ musi być proporcjonalna do pola powierzchni zraszanej przez czaszę

$$N(\varphi) = k\pi x^2$$

gdzie

$$k = \frac{N}{\pi R^2}$$

x oznacza tu zasięg ruchu w rzucie ukośnym pod kątem $90^\circ - \varphi$. Mamy więc

$$N(\varphi) = k\pi \frac{v_0^4}{g^2} \sin^2 2\varphi .$$

Pytanie dotyczy gęstości liczby otworów $n(\varphi)$ związanej z liczbą otworów $N(\varphi)$ w czasie o rozwartości 2φ za pomocą związku:

$$N(\varphi) = \int_0^{\varphi} n(\varphi) \cdot 2\pi r^2 \sin\varphi d\varphi .$$

Stąd

$$\begin{aligned} n(\varphi) &= \frac{1}{2\pi r^2 \sin\varphi} \frac{dN(\varphi)}{d\varphi} = \\ &= \frac{1}{2\pi r^2 \sin\varphi} k\pi \cdot 2 \cdot \frac{v_0^4}{g^2} \cdot 2 \cdot \cos 2\varphi = \\ &= \frac{4v_0^4 k}{g^2 r^2} \cos\varphi \cos 2\varphi = \frac{4v_0^4 N_{calc}}{\pi g^2 r^2 R^2} \cos\varphi \cos 2\varphi \end{aligned}$$

Korzystając ze związku

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi_{\max} .$$

Dostajemy

$$n(\varphi) = \frac{4N}{\pi r^2 \sin^2 2\varphi_{\max}} \cos\varphi \cos 2\varphi .$$

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl