

XXXIV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III

Zadanie doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Wyznaczanie stałej Plancka”

Wyznacz doświadczalnie stałą Plancka h korzystając z wzoru Plancka na moc promieniowania o częstotliwości ν emitowanego w jednostkowym przedziale częstotliwości przez ciało doskonale czarne o temperaturze T

$$\varepsilon_{\nu}(T) \approx \frac{\nu^2}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

który dla ν światła widzialnego i $T \leq 3000$ K przyjmuje postać przybliżoną:

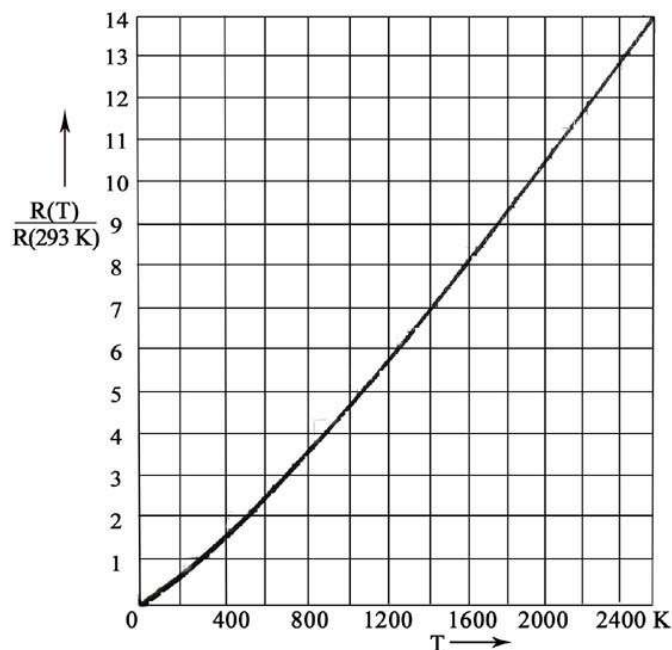
$$\varepsilon_{\nu}(T) \sim \nu^3 e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ - stała Boltzmanna, $e = 2,718$ — podstawa logarytmów naturalnych).

Do dyspozycji są:

- żarówka (o włóknie wolframowym) z dolutowanymi przewodami, w uchwycie,
- fotoopornik w osłonie z wbudowanym filtrem optycznym,
- zasilacz regulowany,
- bateria płaska 4,5 V,
- woltomierz cyfrowy,
- miliamperomierz (miernik uniwersalny),
- opornik drutowy z konstantanu, o wartości około 1Ω ,
- przewody i końcówki łączące,
- statyw z uchwytami,
- wykres zależności oporu od temperatury dla wolframu (ryc. 6),
- papier milimetrowy.

Opisz stosowany układ doświadczalny i wskaż możliwe źródła błędów systematycznych.



Ryc. 6

Uwagi:

1. Fotoopornik (z filtrem) reaguje tylko na promowanie o częstotliwości zbliżonej do $\nu_0 \approx 4,4 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ($\lambda \approx 700 \text{ nm}$), przy tym przewodność fotoopornika w przedziale wartości od $3 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1}$ do $3 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1}$ jest w przybliżeniu proporcjonalna do natężenia (mocy) padającego promieniowania.
2. Moc wydzielana w fotooporniku nie powinna przekraczać 0,1 W.
3. Żarówkę można zasilać napięciem do 7,5 V.
4. Opór wolframu R i jego temperatura T spełniają w zakresie $300 \text{ K} \leq T \leq 3000 \text{ K}$ z dobrym przybliżeniem wzór

$$T \cdot R^{-0,82} = \text{const.}$$

Z wzoru tego można korzystać zamiast z podanego wykresu $R(T)$.

5. W razie potrzeby można poprosić asystenta o udostępnienie kalkulatora z funkcjami lub tablic matematycznych.

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

Część teoretyczna

Do wyznaczenia stałej Plancka h wykorzystamy podaną wzorem Plancka zależność $E_\nu(T)$, w której stała ta występuje jako parametr. Jako promieniowaniem ciała doskonale czarnego posłużymy się promieniowaniem wolframowego włókna żarówki. Temperaturę włókna, która zależna jest od mocy wydzielanej w żarówce – daje się więc regulować, można wyznaczyć na podstawie pomiaru oporu włókna.

Do pomiaru mocy promieniowania emitowanego przez włókno żarówki zastosujemy fotoopornik. Dla określonego w treści zadania przedziału wartości przewodność fotoopornika G (t.j. odwrotność oporu) jest proporcjonalna do natężenia padającego nań promieniowania o częstotliwości $\nu = \nu_0$ (przyjmujemy, że promieniowanie o częstotliwości $\nu \neq \nu_0$ nie wywiera żadnego wpływu na wartość G).

Podanej wartości $\nu_0 = 4,4 \cdot 10^{14} \text{s}^{-1}$ odpowiada światło widzialne (przed fotoopornikiem był umieszczony filtr czerwony). Z drugiej strony wiemy, że temperatura włókna w żarówkach nie przekracza normalnie 3000 K, a w każdym razie możemy się ograniczyć do temperatur $T \leq 3000 \text{ K}$. W związku z tym skorzystamy z przybliżonej postaci wzoru Plancka (zwanej wzorem Wiena):

$$E_\nu(T) \sim \nu^3 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$$

Na podstawie tego wzoru znajdujemy stosunek mocy promieniowania E_ν emitowanego przez włókno przy dwóch różnych temperaturach T_1 i T_2 :

$$\frac{E_\nu(T_2)}{E_\nu(T_1)} = \exp\left[\frac{h\nu}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right]. \quad (1)$$

Jeśli położenie fotoopornika względem żarówki będzie ustalone, to padać będzie na niego stale ta sama część emitowanego przez żarówkę promieniowania. Wobec tego przy zanedbywalnym oświetleniu fotoopornika przez rozproszone światło zewnętrzne (fotoopornik był osłonięty) stosunek przewodności G , odpowiadających dwu różnym temperaturom włókna żarówki, będzie równy

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{E_{\nu_0}(T_2)}{E_{\nu_0}(T_1)}.$$

Po uwzględnieniu wzoru (1) możemy napisać

$$\frac{G_2}{G_1} = \exp\left[\frac{h\nu_0}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right].$$

Logarytmując obie strony tego równania otrzymujemy

$$\ln \frac{G_2}{G_1} = \frac{h\nu_0}{k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \quad (2)$$

a stąd znajdujemy wzór na stałą Plancka:

$$h = \frac{k}{\nu_0} \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{G_2}{G_1}. \quad (3)$$

Posługując się tym wzorem możemy wyznaczyć doświadczalnie wartość stałej h na podstawie pomiaru przewodności fotoopornika dla dwóch temperatur włókna żarówki. Zauważmy jednak, że wzór (2), który określa zależność G od T , można przepisać w postaci zmodyfikowanej:

$$\ln \frac{G}{G_0} = \frac{h\nu_0}{k} \frac{1}{T_0} - \frac{h\nu_0}{k} \frac{1}{T}. \quad (4)$$

Traktując w tym wzorze T_0 , i odpowiadające mu G_0 jako ustalone otrzymujemy liniową zależność $\ln G / G_0$ od $1/T$ ze współczynnikiem kierunkowym

$$\alpha = -\frac{h\nu_0}{k}. \quad (5)$$

Wartości G_0 i T_0 mogą tu stanowić dowolną parę wyników. Ponieważ jednak wartość stałej addytywnej $\frac{h\nu_0}{kT_0}$ nie ma dla nas znaczenia, możemy wzór (4) zapisać w postaci

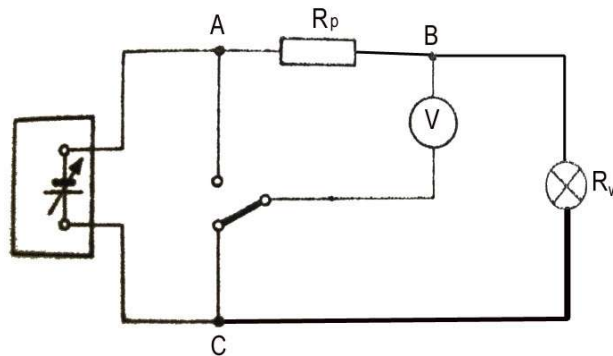
$$\ln \frac{G}{G_0} = -\frac{h\nu_0}{k} \frac{1}{T} + const,$$

a za G_0 przyjąć jednostkę przewodności, np. simens, $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$. Wykreślając na podstawie wyników doświadczalnych $\ln G/G_0$, w funkcji $1/T$ powinniśmy otrzymać punkty układające się wzdłuż pewnej prostej (z rozrzutem spowodowanym błędami doświadczalnymi). Na podstawie współczynnika kierunkowego α tej prostej wyznaczamy w oparciu o wzór (5) stałą Plancka:

$$h = -\alpha \frac{k}{\nu_0}. \quad (6)$$

Część doświadczalna

Do wyznaczenia temperatury włókna żarówki (na podstawie wykresu lub podanej zależności) potrzebna jest znajomość stosunku oporu włókna w danej temperaturze do oporu w temperaturze pokojowej, którą przyjmujemy za równą $T_0 = 293 \text{ K}$. Zestawiamy zatem obwód elektryczny według schematu przedstawionego na ryc. 7. Opór $R_p \approx 1 \Omega$ symbolizuje dany w zestawie opornik drutowy. Voltomierz cyfrowy mierzy napięcie U_{BC} na żarówce, a po przełączeniu jednego z przewodów z punktu C do punktu A mierzymy spadek napięcia na oporze R_p , który wynosi $U_{AB} = R_p I$, gdzie I jest natężeniem prądu płynącego przez żarówkę. Ponieważ opór woltomierza cyfrowego jest bardzo duży ($\geq 10^7 \Omega$), włączenie go między dowolne



Ryc. 7

punkty obwodu nie wpływa na płynące w obwodzie prądy. Opór włókna żarówki jest zatem równy

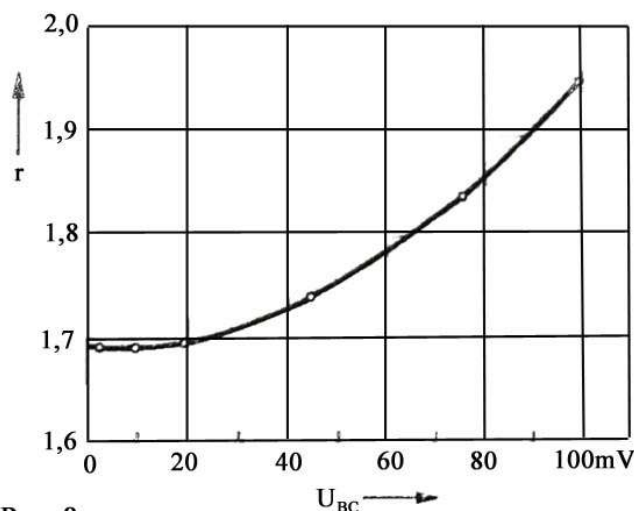
$$R_w = \frac{U_{BC}}{I} = \frac{U_{BC}}{U_{AB}} R_p.$$

Ponieważ interesuje nas tylko stosunek oporów włókna w różnych temperaturach, a nie bezwzględna wartość oporu, wobec tego znajomość dokładnej wartości R_p nie jest nam potrzebna – ważne tylko, by była ona stała (co zapewnia drut konstantanowy). Będziemy się zatem posługiwali wielkością $r = U_{BC} / U_{AB}$, która ze względu na $R_p \approx 1 \Omega$ jest zbliżona do wartości R_w wyrażonej w omach.

Najpierw wyznaczamy r (293 K) – odpowiadające temperaturze pokojowej. Moc wydzielana w żarówce powinna być przy tym na tyle mała, aby włókno nie grzało się zauważalnie (wzrost temperatury włókna o 3 K powoduje zmianę jego oporu o około 1%). W tym celu stosujemy odpowiednio niskie napięcia zasilania, dokonując pomiarów dla kilku jego wartości. Obliczone na podstawie pomiarów wartości r są przedstawione w funkcji napięcia U_{BC} na rycinie 8. Widać, że temperaturze pokojowej odpowiada wartość r (293 K) = 1,69; dla $U_{BC} \geq 20 \text{ mV}$ widoczny jest już wpływ

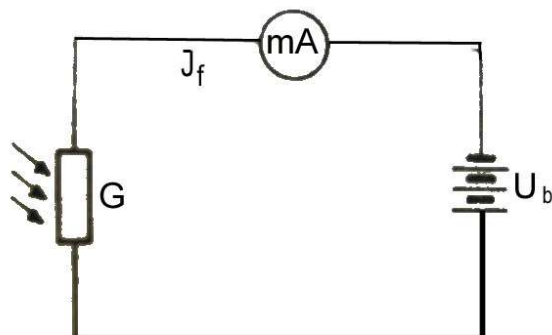
grzania włókna. Oznacza to, że omowa zależność prądu żarówki od napięcia występuje tylko dla napięć $U_{BC} < 20$ mV.

Temperaturę T świecącego włókna żarówki znajdujemy np. z wykresu (ryc. 6), na podstawie znajomości stosunku $\frac{R_w(T)}{R_w(293K)} = \frac{r_w(T)}{r_w(293K)}$. Wielkość $r(T)$ wyznaczamy przy tym z pomiarów napięć U_{AB} i U_{BC} jak wyżej.



Ryc. 8

Pomiarów przewodności fotoopornika dokonujemy w układzie przedstawionym na rycinie 9, wykorzystując do tego baterię płaską i miliamperomierz. Łatwo można



Ryc. 9

sprawdzić, że dla podanego przedziału wartości G ($3 \cdot 10^{-5}$ S - $3 \cdot 10^{-3}$ S) moc wydzielana w fotooporniku zasilanym napięciem $U_b = 4,5$ V nie przekroczy 0,1 W, czyli jest to napięcie odpowiednie. Przy płynącym przez fotoopornik prądzie o natężeniu I_f panujące na nim napięcie wynosi

$$U_f = U_b - R_m I_f,$$

gdzie R_m jest oporem wewnętrznym miernika prądu. Dla stosowanych mierników uniwersalnych (UM-3B, UM-5B) spadek napięcia $R_m I_f$ wynosił przy pełnym wychyleniu miernika około 0,3 – 0,4 V, co jest wartością znaczącą wobec U_b (dla mierników UM-5B), których na zawodach było najwięcej, opór R_m przyjmował wartości od 16 Ω . na zakresie od 25 mA do 1,5 k Ω na zakresie 0,25 mA). Opór wewnętrznej baterii, wynoszący dla świeżej baterii poniżej 1 Ω , nie wymaga uwzględnienia.

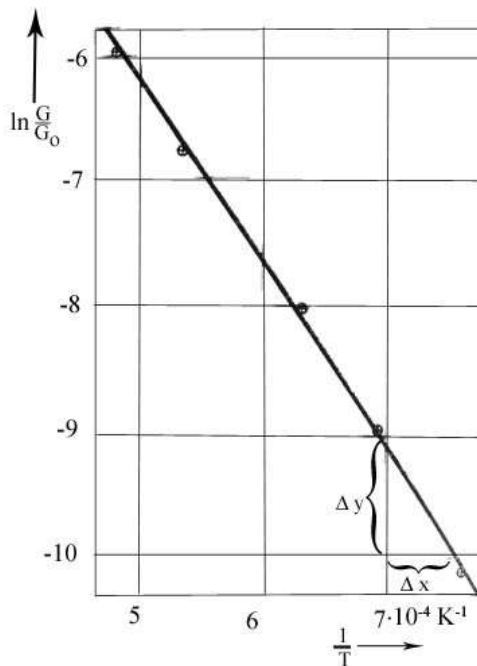
Fotoopornik oraz żarówkę mocujemy w statywie tak, aby żarówka znajdowała się naprzeciw otworu obudowy fotoopornika w kształcie tubusa. Długość tubusa była akurat tak dobrana, że na to, by wykorzystać cały zakres liniowości fotoopornika nie

przekraczając dopuszczalnego napięcia zasilania żarówki, należało zbliżyć żarówkę bezpośrednio do otworu tubusa. Na wstępie pomiarów należało jeszcze przy zimnym włóknie żarówki sprawdzić przewodność fotoopornika oświetlonego dochodzącym do niego światłem rozproszonym. Przy odpowiednim usytuowaniu tubusa przewodność ta była rzędu 10^{-5} S i mogła być zaniedbana.

Wyniki serii pomiarów uzyskanych podczas testowania zestawu doświadczalnego, w którym zastosowano miernik prądu (V 640) o zaniedbywalnym oporze wewnętrznym $R_m \approx 3 \Omega$, są przedstawione w tabeli 1. Na podstawie tych wyników sporządzono wykres $\ln \frac{G}{G_0} \left(\frac{1}{T} \right)$ (ryc. 10) przyjmując $G_0 = 1$ S. Jak widać,

punkty doświadczalne dobrze układają się na prostej, co świadczy o małych błędach przypadkowych. Współczynnik kierunkowy $\alpha = \Delta y / \Delta x$ prostej przeprowadzonej przez punkty doświadczalne wynosi $-1,412 \cdot 10^{-34}$ Js. Na podstawie wzoru (6) obliczamy stąd stałą Plancka; otrzymana wartość $h = Js$. Wartość tej stałej można też wyznaczyć na podstawie dowolnej pary wyników (punktów doświadczalnych) w oparciu o wzór (3). Rezultat uzyskany w ten sposób będzie jednak obarczony większym błędem przypadkowym.

Wyznaczona z doświadczenia wartość stałej Plancka jest o 33% niższa od wartości tablicowej ($6,625 \cdot 10^{-34}$ Js). Odstępstwo to jest spowodowane błędami systematycznymi. Jako źródła takich błędów można wymienić;



Ryc. 10

Wyznaczona z doświadczenia wartość stałej Plancka jest o 33% niższa od wartości tablicowej ($6,625 \cdot 10^{-34}$ Js). Odstępstwo to jest spowodowane błędami systematycznymi. Jako źródła takich błędów można wymienić;

- nieznaną opór doprowadzeń elektrycznych do włókna wewnątrz żarówki (dołączony szeregowo do oporu włókna), który zniekształcał pomiar oporu włókna – zwłaszcza w temperaturze pokojowej (mały opór włókna) i wpływał na wyznaczone wartości temperatury żarzącego się włókna,

- niejednorodności temperatury żarzącego się włókna żarówki,

- odstępstwo promieniowania włókna wolframowego od promieniowania ciała doskonale czarnego,

U_{BC} [V]	U_{AB} [V]	r [Ω]	$\frac{r}{r(293K)}$	T [K]	$\frac{1}{T}$ [10 ⁻⁴ K ⁻¹]	I_f [mA]	G [10 ⁻³ S]	$\ln \frac{G}{G_0}$
7,036	0,377	18,66	11,04	2110	4,74	11,7	2,543	-5,97
5,113	0,317	16,13	9,54	1870	5,35	5,29	1,15	-6,77
3,391	0,253	13,40	7,93	1600	6,25	1,52	0,330	-8,02
2,630	0,220	11,95	7,07	1450	6,90	0,582	0,127	-8,97
2,003	0,190	10,54	6,24	1300	7,70	0,179	0,039	-10,15
r(293K) = 1,69 Ω		$U_b = 4,60$ V			$G_0 = 1$ S			

- fakt, że fotoopornik w rzeczywistości reagował na promieniowanie o częstotliwości zawartej w pewnym zakresie wartości, a nie tylko wyłącznie równej ν_0 ,
- odstępstwa charakterystyki fotoopornika od liniowości.

Gdy się weźmie pod uwagę wyżej wymienione źródła błędów systematycznych oraz prostotę zastosowanych środków można uznać, że zgodność uzyskanego wyniku z wartością tablicową stałej Plancka jest całkiem zadowalająca. Błędy związane z dokładnością mierników elektrycznych są w porównaniu z błędami systematycznymi praktycznie bez znaczenia. Rachunek błędu nie był więc od zawodników wymagany.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl