

XXXIV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T1

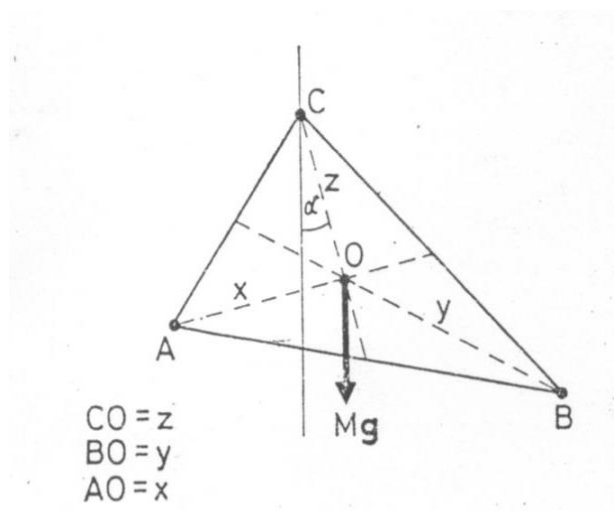
Nazwa zadania: „Trójkątna płytka”

Jednorodną cienką płytę w kształcie trójkąta o masie M zawieszono swobodnie kolejno w każdym z jej wierzchołków i wprawiano w ruch wahadłowy wokół punktu zaczepienia, zachodzący w płaszczyźnie płyty. Widząc, że ruch trzech tak uzyskanych wahań fizycznych jest taki sam udowodnij, że przynajmniej dwa boki trójkąta, jakim jest płytka, są równej długości.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Oznaczenia pokazano na rycinie 1. Z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{Mgz}{I_C} \sin\alpha$$



Ryc. 1

W przypadku, gdy płytka jest zawieszona w punkcie A lub B, odpowiednie równania ruchu są następujące:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{Mgx}{I_A} \sin\alpha$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{Mgy}{I_B} \sin\alpha$$

I_A, I_B, I_C oznaczają tu momenty bezwładności płytki względem osi przechodzących odpowiednio przez wierzchołki A, B, C. Warunek identyczności ruchów we wszystkich trzech przypadkach pociąga za sobą identyczność równań ruchu (ograniczenie się tu do analizy tylko małych drgań jest zbędne).

Mamy więc

$$\frac{I_A}{x} = \frac{I_B}{y} = \frac{I_C}{z} \quad (1)$$

Z twierdzenia Steinera mamy

$$I_A = I_O + Mx^2, \quad I_B = I_O + My^2, \quad I_C = I_O + Mz^2 \quad (2)$$

gdzie I_O oznacza moment bezwładności płytki względem osi prostopadłej do płytki i przechodzącej przez jej środek masy O.

Z (1) i (2) dostajemy

$$(x - y)(I_O - Mxy) = 0$$

$$(y - z)(I_O - Myz) = 0$$

$$(z - x)(I_O - Mzx) = 0$$

Ze związków tych wynika, że co najmniej dwa z odcinków x, y, z są równe, bo $x-y=0$ lub $y-z=0$ lub $z-x=0$ bądź też $I_O=Mxy=Myz=Mzx$. Ale równość tych odcinków oznacza równość odpowiadających im środkowych, równość zaś środkowych oznacza równość boków trójkąta, do których zostały poprowadzone.

Kryteria ocen:

- | | |
|---|---------------|
| 1. Równania ruchu dla trzech przypadków | 2 pkt. |
| 2. Warunek wynikający z identyczności równań | 3 pkt. |
| 3. Zauważenie, że nie jest konieczne ograniczenie się do małych drgań | 1 pkt. |
| 4. Wykorzystanie twierdzenia Steinera | 2 pkt. |
| 5. Analiza matematyczna otrzymanych warunków | <u>2 pkt.</u> |
| | 10 pkt. |

Wśród rozwiązań uczniowskich mało było takich, w których odwoływano się do równań ruchu. Większość korzystała z wzorów na okres małych drgań wahadła fizycznego. Analiza matematyczna otrzymanych zależności w wielu pracach była błędna. Ogólnie biorąc zadanie wypadło przeciętnie.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie

www.of.szcz.pl