

XXXV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP WSTĘPNY

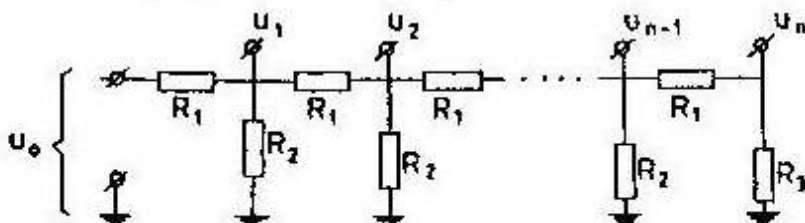
Zadanie teoretyczne

Rozwiąż dowolnie przez siebie wybrane dwa zadania spośród poniższych trzech:

ZADANIE T1

Nazwa zadania: „Łańcuchowy układ oporników”

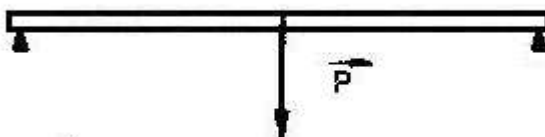
- A) Dany jest układ łańcuchowy pokazany na rys.1 Potencjały U_i (liczone względem ziemi) spełniają warunek $U_{i+1} / U_i = k < 1$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$). Jaki warunek powinny spełniać opory R_2 , R_1 i R_3 aby stosunek potencjałów k był stały niezależnie od liczby ogniw rozważanego łańcucha?



rys. 1

Nazwa zadania: „Pręt wsparty na podporach”

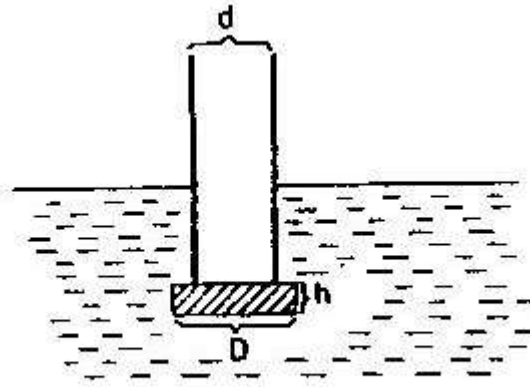
- B) Jednorodny, cienki, sztywny pręt o ciężarze P spoczywa w położeniu poziomym, wsparty na końcach na dwóch pionowych podestach rys2. W chwili $t = 0$ usuwamy jedną z podpór. Znajdź siłę, która działa na drugą podporę tuż po usunięciu pierwszej podpory.



Przyjmujemy, że tuż po usunięciu podpory składowa pozioma przyspieszenia środka pręta jest równa zero.

Nazwa zadania: „Hydro-zagadka”

- C) Do jednego z końców rury o średnicy zewnętrznej d przytknięto krążek w kształcie walca o średnicy $D > d$ i wysokości h (osie krążka i rury pokrywają się), poczym całość zanurzono w wodzie, jak pokazano na rys3.



rys. 3

Krażek jest wykonany z jednorodnego materiału o gęstości $\rho_k > \rho_w$ (ρ_w – gęstość wody), a jego powierzchnia zapewnia szczelność styku z rurą.

Czy po usunięciu sił przytrzymujących krążek układ taki może pływać, przy założeniu że rura jest odpowiednio długa? Jeżeli tak, to czy krążek nie oderwie się, gdy nalejemy (odpowiednio ostrożnie) wody do środka rury?

Jak warunek winna spełniać masa rury na jednostkę długości, aby układ mógł pływać?

Uwaga: Przyjmujemy, że interesuje nas tylko pionowe położenie rury niezależnie od tego, czy dopowiada ona równowadze trwałej, chwiejnej, czy obojętnej.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

A) Ostatnie ogniwo jest dzielnikiem napięć zmniejszającym napięcie k razy. Zatem:

$$\frac{R_s}{R_1 + R_3} = k$$

Stąd

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{1-k}{k}$$

Warunek $U_{i+1} = U_i k$ winien być spełniony dla każdego oczka. Dlatego opór ostatniego oczka, dwóch ostatnich oczek, trzech ostatnich oczek itd., powinien zawsze równać się R_3

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1 + R_3} = \frac{1}{R_3}$$

Stąd

$$R_2 = \frac{R_3}{R_1} (R_1 + R_3) = R_3 \frac{1}{1-k}$$

Wobec tego

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1 / R_3}{R_2 / R_3} = \frac{(1-k)^2}{k}$$

Zatem

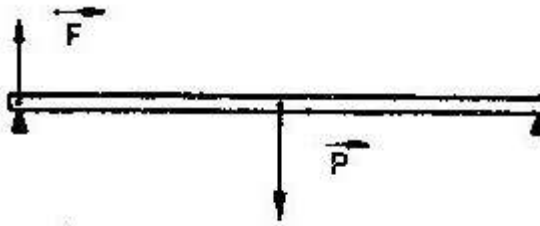
$$R_1 : R_2 : R_3 = (1-k)^2 : k : (1-k)k$$

B) Oznaczenia pokazano na rys. Długość belki oznaczymy przez l .

Zgodnie z II zasadą dynamiki tuż po usunięciu prawej podpory mamy

$$P - F = ma$$

gdzie a oznacza przyspieszenie środka ciężkości pręta. Dla ruchu obrotowego wokół lewej podpory II zasada dynamiki daje zależność



$$P \frac{l}{2} = I \varepsilon$$

gdzie ε oznacza przyspieszenie kontowe, a I – moment bezwładności pręta względem osi przechodzącej przez jego koniec:

$$I = \frac{1}{3} m l^2$$

Bezpośrednio po usunięciu podpory zachodzi związek

$$\varepsilon = \frac{a}{l/2}$$

Z wypisanych zależności dostajemy natychmiast

$$F = \frac{1}{4} P$$

C) Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$$M = \frac{1}{4} \rho_k \pi D^2$$

masa krążka

$$m = \mu l$$

długość rury

$$l$$

masa rury na jednostkę długości

$$\mu$$

głębokość zanurzenia rury

$$H$$

pole przekroju zewnętrznego rury

$$S_r = \frac{1}{4} \pi d^2$$

pole przekroju krążka

$$S_k = \frac{1}{4} \pi D^2$$

przyspieszenie ziemskie

$$g$$

Założmy, że układ pływa (w pozycji pionowej, zgodnie z treścią zadania). Wówczas ciężar całego układu $(M+m)g$ jest równoważony przez siłę wyporu:

$$(M + m)g = \rho_w (HS_r + hS_k)g$$

Na krążek działa wypadkowa siła parcia, skierowana ku górze równa:

$$W = \rho_w [(H + h)S_k - H(S_k - S_r)]g =$$

$$= \rho_w (HS_r + hS_k)g = (M + m)g$$

wynika stąd, że

$$W = (M + m)g > Mg$$

czyli krążek nie odpadnie.

Nalewanie cieczy do środka rury jest równoważne zwiększeniu m i nie wpływa na ostateczny wniosek.

Aby układ mógł pływać masa jednostki długości rury μ musi być mniejsza od masy wody wypartej przez jednostkę długości rury:

$$\mu < \rho_w S$$

Tak więc przy powyższym warunku układ może pływać a od pływającego układu krążek nie może samoczynnie się oderwać.

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF”

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl