

XXXIX OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP II

Zadania doświadczalne

ZADANIE D1

Nazwa zadania: „Wyznaczanie oporności właściwej elektrolitu”

Mając do dyspozycji :

- szerokie i długie naczynie o płaskim dnie,
- 4 sondy w postaci odcinków prostego, cienkiego drutu miedzianego umocowane wzdłuż jednej linii, w stałych odległościach jedna od drugiej,
- źródło prądu (transformator dzwonekowy dający napięcie 5 V lub baterijkę 4.5 V),
- 2 mierniki uniwersalne,
- przewody do połączeń, krokodylki, plastelinę,
- suwmiarkę,
- elektrolit (wodny roztwór siarczanu miedzi) w zlewce,

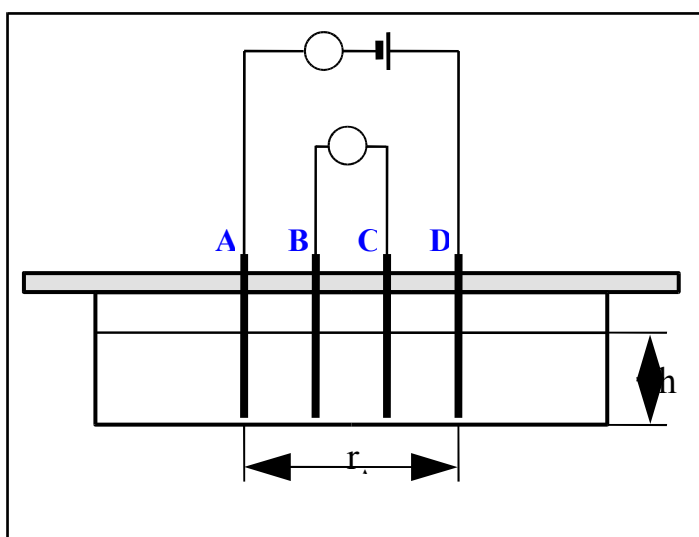
wyznacz oporność właściwą elektrolitu. Dlaczego w doświadczeniach tego typu wygodniej jest używać prądu przemiennego?

Uwaga: Sondy dochodzą do dna naczynia.

Przed przystąpieniem do pomiarów konieczne jest zwrócenie się do asystenta w celu sprawdzenia obwodu.

ROZWIĄZANIE ZADANIA D1

Układ doświadczalny pokazany na ryc.1. Oporność właściwą elektrolitu ρ wyznaczamy przykładając napięcie ze źródła do 2 sond



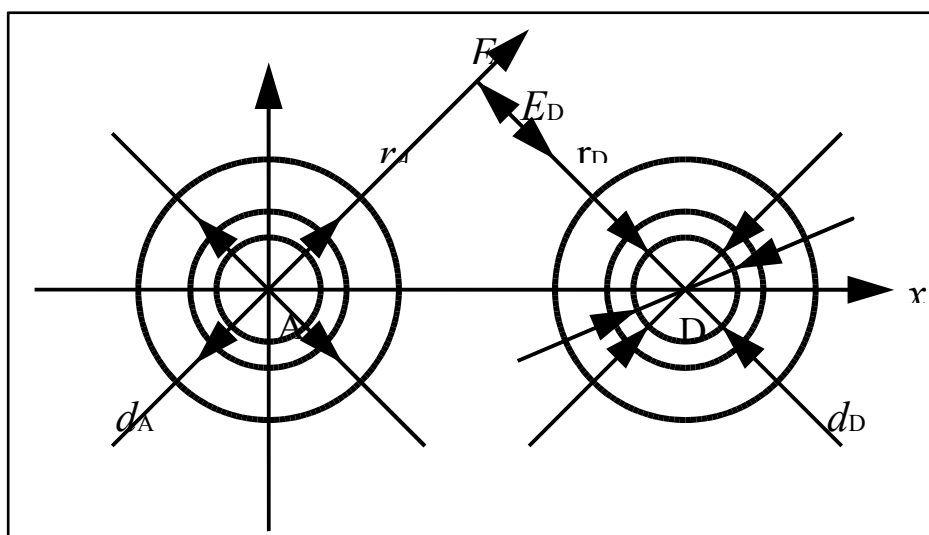
Rys.1

zewnątrznych A i D mierząc napięcie pomiędzy 2 sondami wewnętrznymi B i C . Uzasadnienie tej metody pomiaru jest następujące. Prąd o natężeniu I wpływający przez sondę A rozplywa się symetrycznie do „nieskończoności” i jego gęstość w odległości r_A od sondy A wynosi $j_A(r_A) = I / (2\pi h r_A)$ gdzie h oznacza głębokość warstwy elektrolitu; zakładamy, że sondy sięgają do dna i h jest wszędzie jednakowe. Z prawa zachowania ładunku wynika, że natężenie prądu płynącego przez każdą powierzchnię walcową o promieniu r współśrodkową z sondą A jest stałe i równe I . z drugiej strony prąd o natężeniu I dopływa z „nieskończoności” i wypływa przez sondę D , a jego gęstość w odległości r_D od sondy D $j_D = I / (2\pi h r_D)$. Aby wyznaczyć napięcie na linii łączącej elektrody skorzystamy z zasady superpozycji.

I metoda

Korzystając ze związku $E = \rho j$ gdzie E jest natężeniem pola elektrycznego wyznaczamy natężenie pola elektrycznego w odległości r_A od sondy A pochodzące od prądu wpływającego sondą A - ryc.2.

$$E_A(r_A) = I\rho / (2\pi r_A h), \quad E_A = E_A i_{r_A}.$$



Rys.2

Z zależności $\Phi = \int E dr$ wyznaczamy potencjał tego pola w odległości r_A od sondy A

$$\Phi_A(r_A) = - \int I\rho / (2\pi r_A h) dr_A = -I\rho / (2\pi h) \ln r_A + C_1.$$

Analogicznie natężenie pola pochodzącego od prądu wypływającego sondą D wynosi w odległości r_D od sondy D

$$E_D(r_D) = I\rho / (2\pi r_D h), \quad E_D = E_D i_{r_D}.$$

Zauważamy przy tym, że wektory E_A i i_{r_A} mają w układzie związanym z sondą A ten sam zwrot, a wektory E_D i i_{r_D} mają w układzie związanym z sondą D zwroty przeciwne (patrz ryc.2). Potencjał pola E_D w odległości r_D od sondy D wynosi więc

$$\Phi_D(r_D) = \int I\rho / (2\pi r_D h) dr_D = I\rho / (2\pi h) \ln r_D + C_2.$$

Korzystając z zasady superpozycji obliczamy całkowity potencjał w dowolnym punkcie odległym o r_A od sondy A i o r_D od sondy D jako sumę

$$\Phi = \Phi_A(r_A) + \Phi_D(r_D).$$

Dla punktów leżących na linii łączącej sondy A i D $r_D = d - r_A$, a więc całkowity potencjał w punkcie leżącym na linii łączącej A i D , odległym o r_A od sondy A (w układzie związanym z A)

$$\Phi(r_A) = C_1 + C_2 - I\rho / (2\pi h) \ln r_A + I\rho / (2\pi h) \ln(d - r_A).$$

Stąd potencjał w punkcie B (sonda B) i w punkcie C (sonda C) obliczamy jako

$$\Phi(r_B) = C_1 + C_2 - I\rho / (2\pi h) \ln r_B + I\rho / (2\pi h) \ln(d - r_B),$$

$$\Phi(r_C) = C_1 + C_2 - I\rho / (2\pi h) \ln r_C + I\rho / (2\pi h) \ln(d - r_C),$$

gdzie r_B i r_C - odległości sond B i C od sondy A . Mierzona różnica potencjałów ΔU pomiędzy sondami B i C wynosi

$$\Delta U = \Phi(r_B) - \Phi(r_C) = I\rho / (2\pi h) \ln\left\{ \frac{r_C(d - r_B)}{r_B(d - r_C)} \right\}.$$

Stąd oporność właściwa elektrolitu

$$\rho = 2\pi h (\Delta U / I) \cdot 1 / \ln\left\{ \frac{r_C(d - r_B)}{r_B(d - r_C)} \right\}.$$

II metoda

To samo wyrażenie na ρ możemy otrzymać korzystając z zasady superpozycji obwodów. Dla bardzo małych odcinków Δr opór warstwy elektrolitu ($r, r+\Delta r$) można obliczyć jakby była ona płaska

$$\Delta R = \rho \Delta r / (2\pi r h),$$

a więc spadek napięcia na odcinku Δr_A pochodzący od prądu o natężeniu I wpływającego przez sondę A wynosi

$$\Delta U_A = I\Delta R_A = I\rho\Delta r_A / (2\pi r_A h).$$

Analogicznie spadek napięcia na odcinku Δr_D pochodzący od prądu wypływającego przez sondę D

$$\Delta U_D = I\Delta R_D = I\rho\Delta r_D / (2\pi r_D h).$$

Na odcinku łączącym sondy A i D prąd wpływający przez sondę A i prąd wypływający przez D płyną w tę samą, a $r_D = d - r_A$. Korzystając z zasady superpozycji obwodów obliczamy całkowity spadek napięcia na odcinku Δr_A leżącym wewnątrz odcinka łączącego sondy A i D jako

$$\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_D = I\rho / (2\pi h) [1/r_A + 1/(d - r_A)] \Delta r_A.$$

Przechodząc do granicy $dU/dr_A = I\rho / (2\pi h) [1/r_A + 1/(d - r_A)]$. Rozwiązaniem tego równania różniczkowego jest funkcja

$$U(r_A) = I\rho / (2\pi h) [\ln r_A - \ln(d - r_A)] + C.$$

Tak więc spadek napięcia pomiędzy sondami B i C wynosi

$$\Delta U = U(r_C) - U(r_B) = I\rho / (2\pi h) \ln\{[r_C(d - r_B)]/[r_B(d - r_C)]\}.$$

Stąd oporność właściwa elektrolitu

$$\rho = 2\pi h(\Delta U / I) 1 / \ln\{[r_C(d - r_B)]/[r_B(d - r_C)]\}.$$

Wyznaczenie oporności właściwej elektrolitu sprowadza się więc do pomiaru natężenia prądu I płynącego ze źródła oraz napięcia ΔU pomiędzy sondami wewnętrznymi B i C przy określonej wysokości warstwy elektrolitu h w naczyniu.

Doświadczenie wykonano dla wodnego roztworu siarczanu miedzi o stężeniu 0,32% (5 g $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ na 1 litr wody destylowanej), który wlewano stopniowo do porcelanowej kuwety chemicznej o wymiarach 32 cm x 25 cm x 5 cm. Ilość roztworu pozwala na napełnienie kuwety do wysokości $h = 3$ cm. Pomiary przeprowadzono dla 3 różnych wysokości 1 cm, 2 cm i 3 cm, mierząc wysokość warstwy elektrolitu suwmiarką. Możliwie dokładny pomiar wysokości h jest ważny ze względu na dokładność wyznaczenia ρ . W doświadczeniu przyjęto odległość między sondami A i D $d = 3$ cm oraz $r_B = d/3$, $r_C = 2d/3$. Odległości między sondami mierzono suwmiarką. Sondy wykonane były z drutu miedzianego o średnicy 0.5 mm. W obliczeniach zaniedbano grubość sond. Jeśli drut jest pokryty lakierem izolacyjnym należy pamiętać by usunąć izolację zarówno z końców zanurzanych do roztworu (na długości odpowiadającej wysokości roztworu) jak i z końców przeciwnych. Uczniowie powinni otrzymać sondy już umocowane, a więc dobrze byłoby pozbawić je izolacji prze umocowaniem. W doświadczeniu umocowano sondy w listewce drewnianej, którą następnie oparto o brzegi naczynia. Sondy powinny być umocowane stabilnie, tak aby po włożeniu do naczynia dotykały dna i były prostopadłe do dna. W celu poprawienia stabilności umocowania można użyć plasteliny. Zakłada się, że stół na

którym stoi naczynie jest poziomy i grubość warstwy elektrolitu w całym naczyniu jest równa h .

Źródło prądu. Jako źródła prądu zmiennego w doświadczeniu użyto transformatora dzwonekowego dającego napięcie 5 V. Ponieważ jednak nie wszyscy mogą dysponować odpowiednimi źródłami prądu zmiennego, jak i miernikami prądu zmiennego o odpowiedniej dokładności, pomiary przeprowadzono także stosując źródło prądu stałego: 4.5 V (3R12).

Mierniki. Pomiar natężenia prądu I i pomiar napięcia ΔU pomiędzy sondami B i C wykonano z użyciem mierników uniwersalnych V640. Mierzone natężenia były rzędu 5-30 mA, a napięcia 0.5-0.8 V. Stosowane mierniki powinny zapewnić możliwość pomiaru tych wielkości z dokładnością ok.2%. Opór wewnętrzny miernika stosowanego do pomiaru napięcia powinien być nie mniejszy niż 2.5 k Ω (dla $\Delta U=0.5-0.8$ V). Warunki takie spełniają także mierniki łatwiej dostępne w pracowniach szkolnych jak np. UM3, UM4B, UM5A, UM5B, ale jedynie dla prądu stałego.

Elektrolit. Podczas przepływu prądu stałego przez elektrolit na elektrodach gromadzą się jony powodujące rozmaite procesy, wskutek których powierzchnia elektrod i koncentracja roztworu dookoła nich ulegają zmianom, co znowu wywołuje siłę elektromotoryczną, skierowaną przeciwnie niż siła elektromotoryczna wywołująca prąd. Zjawisko to nosi nazwę polaryzacji galwanicznej. Wynikiem jej jest wyznaczenie zbyt dużej wartości oporu elektrolitu. Polaryzacja staje się nieznaczna przy użyciu prądu zmiennego, gdyż jony wydzielane podczas przepływu prądu w jednym kierunku zostają zobojętnione przez jony przeciwnego znaku podczas przepływu prądu w kierunku przeciwnym. Efekty polaryzacji zmniejszyć można też częściowo przez odpowiedni wybór elektrod i elektrolitu. Dlatego też w zadaniu wybrano wodny roztwór siarczanu miedzi i jako elektrody druty miedziane.

Przedstawiona metoda stosuje się dość dobrze do wyznaczania oporu elektrolitów silnie rozcieńczonych. Proponowane stężenia otrzymuje się rozpuszczając 5 g $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ w 1 litrze wody. Należy podkreślić, że opór właściwy elektrolitu zależy od stężenia roztworu i od jego temperatury. Do sporządzenia roztworu w doświadczeniu użyto wody destylowanej o temperaturze pokojowej. Można też użyć wody przegotowanej o temperaturze pokojowej, ale należy się liczyć z pewnym odchyleniem wyniku od podanego w tabeli. Objętość elektrolitu przeznaczona dla jednego zawodnika powinna wystarczyć do napełnienia naczynia do wysokości 3 cm. Zalecane są przy tym napięcia ze źródła około 5 V. Prąd płynący w obwodzie nie powinien być większy niż 40 mA, gdyż przy zwiększonym prądzie wzrasta efekt polaryzacji elektrod.

Pomiary. Pomiary przeprowadzono dla kilku wysokości elektrolitu w naczyniu, co pozwala zmniejszyć błąd związany z nierównościami dna naczynia. Dla każdej wysokości pomiar powinien być przeprowadzony kilka razy.

Wyniki pomiarów dla obu stosowanych źródeł prądu przedstawione są w tabeli I.

Zgodnie z oczekiwaniami pomiar z baterijką

Tabela I

Dla transformatora dzwonekowego 5 V			
h (cm)	I (mA)	ΔU (V)	ρ (Ωcm)
1.0	8.6	0.78	411 ± 10
2.0	17.0	0.78	416 ± 9
3.0	26.0	0.78	408 ± 8
Dla baterijki 4,5 V			
h (cm)	I (mA)	ΔU (V)	ρ (Ωcm)
1.0	5.1	0.55	489 ± 13
2.0	10.0	0.54	475 ± 11
3.0	14.8	0.54	496 ± 15

jako źródłem prądu dał wyższą wartość oporu właściwego elektrolitu.

Ocena błędów

Wielkości mierzone obarczone są błędem pomiarowym związanym z dokładnością użytych przyrządów: $\delta(\Delta U) = 0,01$ V, $\delta I = 0,1$ mA, $\delta h = 0,1$ mm, $\delta r = 0,1$ mm.

Dodatkowo występują pewne błędy systematyczne np. błąd pomiaru h związany z występowaniem menisku, błąd pomiaru r związany z zaniedbaniem skończonej grubości elektrod, błąd metody wyznaczenia ρ związany z zaniedbaniem efektów brzegowych na ściankach naczynia (założenie rozplywania się prądu do nieskończoności), oraz błąd związany z występowaniem polaryzacji elektrod, który jest mały dla źródła prądu zmiennego, ale dla źródła prądu stałego jest istotny i powoduje zawyżenie wartości zmierzonej oporu właściwego.

Zasady punktacji

Część teoretyczna:

1. Wykorzystanie zasady superpozycji do 4 pkt
2. Wzór na ΔU do 5 pkt
3. Ostateczny wzór na ρ do 1 pkt

Część doświadczalna:

1. Opis metody do 3 pkt
2. Pomiary (różne h) do 4 pkt
3. Ocena błędów do 2 pkt
4. Dlaczego prąd zmienny do 1 pkt

Zadanie doświadczalne okazało się zdecydowanie najtrudniejsze spośród wszystkich czterech problemów. Wiele prac kończyło się na wzorze na opór omowy przewodnika $R = \rho/l$, gdzie za s przyjmowano poprzeczny przekrój naczynia. Do rzadkich należało zauważenie cylindrycznej symetrii potencjałów pochodzących od każdej z elektrod, a zasada superpozycji potencjałów, można powiedzieć, w tym przypadku nie była stosowana.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” listopad-grudzień 90r.

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie

