

XL OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadania teoretyczne

ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Walec w polu magnetycznym”

W jednorodnym polu magnetycznym $B = B_0 \sin \omega t$ znajduje się metalowy walec o promieniu r i długości l ($l \gg r$). Oś walca jest równoległa do kierunku pola B . Opór właściwy metalu jest równy ρ . Względna przenikalność magnetyczna jest równa 1.

a) Oblicz średnią moc cieplną wydzielaną przez prądy wirowe. Efekt samoindukcji można zaniedbać.

Wskazówka: oblicz najpierw średnią moc wydzielaną w cienkim pierścieniu walcowym zawartym między promieniami x a $x + dx$, a następnie wykonaj sumowanie (całkowanie) po wszystkich pierścieniach.

b) Jaki warunek muszą spełniać parametry walcowe aby założenie o pominięciu efektów samoindukcji było prawdziwe?

Wskazówka: porównaj wartość indukcji pola B_{wir} (pochodzące od prądów wirowych) w punkcie leżącym na osi walca z polem B .

c) Czy rzeczywista (wynikająca z efektu samoindukcji) wartość wydzielonej mocy jest większa czy, mniejsza od obliczonej w punkcie a) ?

ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

a) Zmienne pole magnetyczne wytwarza prądy wirowe, których linie są okręgami leżącymi w płaszczyźnie prostopadłej do linii pola B . Podzielmy nasz walec na pierścienie walcowe zawarte między promieniami o długościach x i $x + dx$. Pierścień o promieniu x obejmuje strumień pola magnetycznego równy $\pi x^2 B$. Siła elektromotoryczna indukcji jest proporcjonalna do zmiany tego strumienia w czasie

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi x^2 B_0 \omega \cos \omega t$. Opór pierścienia jest wprost proporcjonalny do oporu właściwego i obwodu pierścienia oraz odwrotnie proporcjonalny do pola przekroju

poprzecznego i wyraża się wzorem $R = \frac{2\pi x \rho}{l dx}$. Obliczmy uśrednioną po czasie moc cieplną wydzielaną przez prądy wirowe w naszym pierścieniu. Wynosi ona

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{r^2}{R} \right\rangle = \frac{\pi x^3 B_0^2 \omega^2 t dx}{2\rho} \langle \cos^2 \omega t \rangle = \frac{\pi x^3 B_0^2 \omega^2 t dx}{4\rho}.$$

Aby otrzymać całkowitą moc wydzielaną w walcu trzeba zsumować (scałkować) wkłady pochodzące od wszystkich pierścieni. Ponieważ $\int_0^r x^3 dx = \frac{r^4}{4}$, to średnia moc

prądów wirowych jest równa: $P = \frac{\pi r^4 B_0^2 \omega^2 t}{16\rho}$.

b) Podobnie jest w poprzednim punkcie podzielimy walec na pierścienie. Natężenie prądu w pierścieniu ograniczonym promieniami x i $x + dx$ jest równe (patrz

pkt. a) $dI = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_0 l \omega x \cos(\omega t) dx}{2\rho}$. Indukcja pola pochodząca od prądu dI , płynącego

w tym pierścieniu $dB_{wir} = \mu_0 \frac{dI}{l} = \frac{\mu_0 B_0 \omega x \cos(\omega t) dx}{2\rho}$ wynosi: d

$$B_{wir} = \mu_0 \frac{dI}{l} = \frac{\mu_0 B_0 \omega x \cos(\omega t) dx}{2\rho}.$$

Całkowita indukcja B_{wir} pola pochodzącego od wirów jest równa całce od 0 do r ,

czyli: $B_{wir} = \int_0^r dB_{wir} = \int_0^r \frac{\mu_0 B_0 \omega x \cos(\omega t)}{2\rho} dx = \frac{\mu_0 B_0 \omega \cos(\omega t) r^2}{4\rho}$

Aby można było pominąć wpływ samoindukcji, B_{wir} powinno być znacznie mniejsze od B , co sprowadza się do rachunku $\mu_0 r^2 \omega \ll \rho$.

c) Zgodnie z regułą Lenza pole magnetyczne prądów wirowych osłabia zmiany pola zewnętrznego i w konsekwencji powoduje zmniejszenie natężenia prądów wirowych oraz zmniejszenie ilości wydzielanego ciepła.

Punktacja:

Można otrzymać maksimum 20 punktów.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” marzec 01r.

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl