

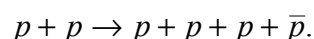
XL OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadanie teoretyczne.

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Zadanie o antyprotonach”

Cząstki o masie równej masie protonu m_p , ale o przeciwnym ładunku zwane są antyprotonami \bar{p} . Swobodne antyprotony można otrzymywać podczas zderzeń protonów z protonami zgodnie z reakcją



Reakcję tę można zrealizować poprzez bombardowanie spoczywających, praktycznie swobodnych protonów (np. jąder wodoru zawartych w materiale tarczy) wysokoenergetyczną wiązką protonów z akceleratora. Wyznacz maksymalną energię całkowitą i maksymalną prędkość powstających antyprotonów wiedząc, że energia całkowita każdego z protonów w wiązce bombardującej tarczę wynosi $E = 8E_0$.

Dane liczbowe: $E_0 = m_p c^2 = 938$ MeV (energia spoczynkowa protonu), $c = 3 \cdot 10^8$ ms⁻¹ (prędkość światła w próżni), 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J, 1 MeV = 10^6 eV.

Wskazówka: Energia antyprotonu jest największa, gdy wszystkie powstałe w wyniku zderzenia cząstki poruszają się w tym samym kierunku co wiązka padająca i gdy trzy protony biegną razem (tzn. spoczywają względem siebie) a antyproton biegnie osobno.

ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Energia układu dwóch protonów przed zderzeniem wynosi $E + mc^2$, gdzie $E = 8E_0$ jest energią całkowitą nadlatującego protonu, zaś $mc^2 = E_0$ (w dalszym ciągu przyjmujemy jedno oznaczenie dla mas $m = m_p = m_p$) jest energią spoczywającego protonu (energię wzajemnego oddziaływania protonów znajdujących się w dużej odległości od siebie możemy zaniedbać).

Niech po zderzeniu protonów energia powstałego antyprotonu wynosi E_a zaś energia trzech protonów poruszających się razem

$$3(m^2 c^4 + p^2 c^2)^{1/2} = [(3m)^2 c^4 + p_3^2 c^2]^{1/2},$$

gdzie $p_3 = 3p$ jest całkowitym pędem trzech protonów poruszających się w kierunku zgodnym z ruchem nadlatującego protonu. Z zasady zachowania energii wynika równanie

$$E + mc^2 = E_a + [(3m)^2 c^4 + p_3^2 c^2]^{1/2}. \quad (1)$$

Zaniedbujemy energię wzajemnego oddziaływania cząstek powstałych w reakcji, gdyż antyproton oddala się od protonów (wynika to z rozwiązania zadania), a jego

energia ma największą wartość wtedy, gdy dodatnia energia potencjalna oddziaływania wzajemnego trzech protonów jest w porównaniu z mc^2 zanedbywalnie mała, co odpowiada dostatecznie dużej odległości wzajemnej protonów.

Korzystając z zasady zachowania pędu otrzymujemy równanie:

$$(E^2 - m^2 c^4)^{1/2} = (E_a^2 - m^2 c^4)^{1/2} + p_3 c. \quad (2)$$

Niechaj dalej $E_a = \gamma mc^2$, gdzie γ oznacza $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, a v jest wartością prędkości antyprotonu. Dzieliąc strony równań (1) i (2) przez $E_0 = mc^2$ otrzymujemy

$$8 + 1 = \gamma + [9 + (p_3 / mc)^2]^{1/2} \quad (1')$$

$$\sqrt{63} = (\gamma^2 - 1)^{1/2} + p_3 / mc. \quad (2')$$

Porównanie p_3^2 wyznaczonych z równań (1') i (2') prowadzi do równania

$$9\gamma^2 - 45\gamma + 44 = 0$$

Z dwóch rozwiązań równania (3), $\gamma_{\pm} = 5/2 \pm 7/6$, wybieramy $\gamma_+ = 11/3$, co odpowiada największej energii powstających antyprotonów

$$E_a = \gamma_+ mc^2 = (11/3)E_0. \quad (4)$$

Punktacja.

W dostępnym źródle brak propozycji punktacji.

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” maj-czerwiec 1991

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl