

# XLI OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

## Zadanie teoretyczne

### ZADANIE T3

Nazwa zadania:

Moc, z jaką pracuje silnik samochodu jadącego w danej chwili z prędkością  $v$  zależy od warunków jazdy, ale nie może przekroczyć pewnej wartości maksymalnej, zależnej od  $v$ .

Przyjmijmy że ta zależność w postaci  $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$  dla samochodu A i  $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$  dla samochodu B. Przyjmijmy również, że siły oporu ruchu samochodów (zależne przede wszystkim od kształtu ich karoserii) są proporcjonalne do kwadratów prędkości samochodów. Przyjmując, że prędkość maksymalna,  $v$ , jaka rozwija samochód A jest większa od maksymalnej prędkości  $v$  samochodu B oblicz, jaka jest maksymalna prędkość ciągnięcia samochodu B przez samochód A, oraz jakie jest napięcie liny holowniczej w przypadkach, gdy:

1. silnik samochodu B nie pracuje (samochód toczy się na luzie)
2. silnik samochodu B pracuje z maksymalną dla rozwijanej prędkości mocą.

### UWAGA!

Holowanie odbywa się na dostatecznie długiej linii tak, że wpływ samochodu A na opory ruchu samochodu B można, zaniedbać. Zależność  $P_{\max}^{(A)}(v) = \alpha v$  i  $P_{\max}^{(B)}(v) = \beta v$  obowiązują również dla prędkości  $v$  większych do  $v(a)$  i  $v(b)$ .

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Jeżeli przez  $F(v)$  oznaczymy siłę oporów ruchu samochodu jadącego ze stałą prędkością  $v$ , to moc z jaką pracuje jego silnik, wyraża wzorem  $P=F(v)v$ . Niech dla pojazdu A  $F(v) = \sigma_A v^2$ , zaś dla pojazdu B  $F(v) = \sigma_B v^2$ . W przypadku maksymalnych prędkości samochód mamy:

$$\sigma_A v_A^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_A)}{v_A} = \alpha \tag{1}$$
$$\sigma_B v_B^2 = \frac{P_{\max}^{(B)}(v_B)}{v_B}$$

Odpowiedz na pytanie 1 otrzymamy rozwiązując równanie

$$\sigma_A v_1^2 + \sigma_B v_1^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_1)}{v_1} = \alpha, \tag{2}$$

Z którego wynika, że prędkość holowania jest równa

$$v_1 = \left( \frac{\alpha}{\sigma_A + \sigma_B} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Siła napięcia lini holowniczej równoważy sile oporu ruchu pojazdu B,  $T_1 = \sigma_B v_1^2$  i jest równa

$$T_1 = \frac{\alpha\beta}{\alpha \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 + \beta} \quad (4)$$

W przypadku 2, gdy silniki obu pojazdów pracują z maksymalną mocą, równanie na prędkość pojazdów

$$\sigma_A v_2^2 + \sigma_B v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_2)}{v_2} + \frac{P_{\max}^{(B)}(v_2)}{v_2} = \alpha + \beta \quad (5)$$

Pozwala wyznaczyć prędkość ich ruchu

$$v_2 = \left[ \frac{\alpha + \beta}{\sigma_A + \sigma_B} \right]^{1/2} \quad (6)$$

Wartości siły napięcia lini holowniczej  $T_2$  otrzymujemy dowolne z dwóch następujących równań,  $\sigma_B v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(B)}(v_2)}{v_2} + T_2$  lub  $\sigma_A v_2^2 = \frac{P_{\max}^{(A)}(v_2)}{v_2} - T_2$ :

$$T_2 = \frac{\alpha\beta \left[ 1 - \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 \right]}{\alpha \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 + \beta} \quad (7)$$

**Punktacja:**

Wzór (1) max 1 punkt

Wzory (2) i (5) (pierwszy w rozw.2pkt,drugi 1 punkt)

Wzór (3) max 1 punkt

Wzór(4) max 2 punkty

Wzór(6) max 1 punkt

Wzór(7) max 2 punkty

Źródło:  
Zadanie pochodzi z „Druk OF” XLI

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szcz.pl](http://www.of.szcz.pl)