

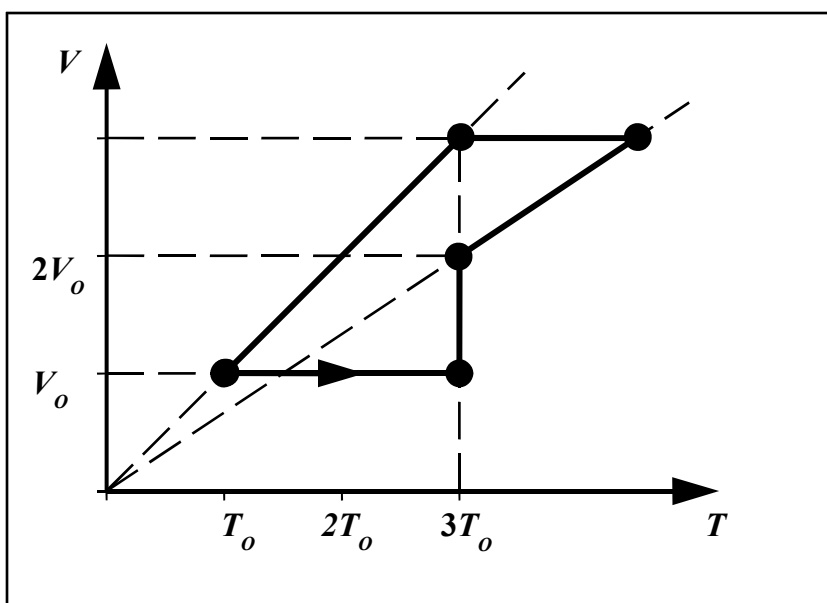
XLV OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadania teoretyczne

ZADANIE T4

Nazwa zadania: „Sprawność silnika cieplnego”.

Oblicz sprawność silnika cieplnego pracującego w cyklu przedstawionym na rycinie 5. Ciałem roboczym jest dwuatomowy gaz doskonały.



Ryc.5

ROZWIĄZANIE ZADANIA T4

Przedstawmy wykres cyklu w zmiennych p - V (ryc.1). Załóżmy, że cyklicznym przemianom poddano n moli gazu. Z równania stanu gazu doskonałego $pV = nRT$, gdzie p , V i T oznaczają odpowiednio ciśnienie, objętość i temperaturę gazu, zaś R oznacza stałą gazową, otrzymujemy dla charakterystycznych punktów cyklu następujące związki (przyjmujemy $nRT_0 = p_0V_0$):

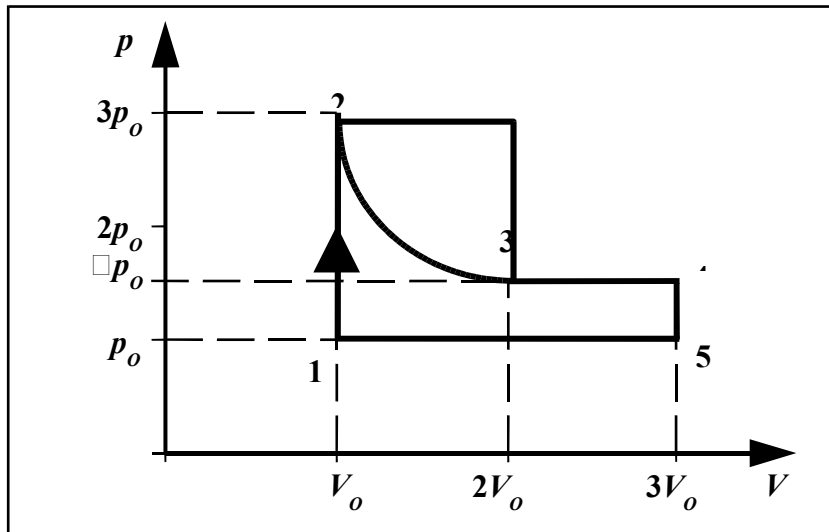
$$nRT_1 = p_0V_0,$$

$$nRT_2 = 3p_0V_0,$$

$$nRT_3 = (3/2)p_02V_0,$$

$$nRT_4 = (3/2)p_03V_0,$$

$$nRT_5 = p_03V_0, \text{ gdzie } T_1 = T_0, T_2 = T_3 = T_5 = 3T_0, T_4 = (9/2)T_0.$$



Ryc.6

Sprawność cyklu jest równa stosunkowi (efektywnej) pracy L wykonanej przez silnik do ciepła pobranego Q_{pobr}

$$\eta = L / Q_{pobr} .$$

Praca jest równa polu figury 1-2-3-4-5-1 na diagramie p - V , Mamy więc

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} p dV - p_0 V_0 + (1/2) p_0 V_0 = nRT_2 \int_{V_0}^{2V_0} (1/V) dV - (1/2) p_0 V_0 = nRT_2 \ln 2 - (1/2) p_0 V_0 .$$

Ciepło pobierane na izochorze 1-2 jest równe

$$Q_{12} = nC_V (T_2 - T_1),$$

gdzie C_V jest molowym ciepłem gazu w stałej objętości, zaś ciepło pobierane na izobarze 3-4 wynosi

$$Q_{34} = nC_p (T_4 - T_3),$$

gdzie C_p jest molowym ciepłem gazu pod stałym ciśnieniem. Ciepło Q_{23} pobierane na izotermie jest równe pracy $\int_{V_0}^{2V_0} p dV$, co wynika z tego, że energia wewnętrzna jest stała dla $T = const$.

$$Q_{23} = nRT_2 \ln 2,$$

Ciepło pobrane w rozważanym procesie cyklicznym wynosi

$$Q_{pobr} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} = (C_V / R)nR(T_2 - T_1) + nRT_2 \ln 2 + (C_p / R)nR(T_4 - T_3).$$

Podstawiając $C_V = (5/2)R$ i $C_p = (7/2)R$ (gaz dwuatomowy) i wyrażając nRT_1 we wzorach na pracę L i ciepło Q_{pobr} przez odpowiednie wielokrotności p_0V_0 obliczamy sprawność cyklu:

$$\eta = L / Q_{pobr} = [3p_0V_0 \ln 2 - p_0V_0 / 2] / [(C_V / R)2p_0V_0 + 3p_0V_0 \ln 2 + (C_p / R)(3/2)p_0V_0] = (3 \ln 2 - 1/2) / (3 \ln 2 + 41/4) = 0,128.$$

Sprawność silnika pracującego w rozważanym cyklu jest znacznie mniejsza od sprawności silnika Carnota pracującego pomiędzy chłodnicą o temperaturze $T_1 = T_0$ i grzejnikiem o temperaturze $T_4 = 4,5T_0$, dla którego $\eta = (T_4 - T_1) / T_1 = 7/9$.

Źródło:

Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” maj-czerwiec 96r.

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie

www.of.szcz.pl