

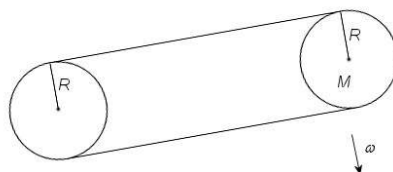
XLVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

Zadanie teoretyczne

Zadanie T1

Nazwa zadania: „Krażki przymocowane do płaskiej powierzchni stołu”

Krażek o promieniu R jest sztywno przymocowany do płaskiej powierzchni stołu. Krażek jest opisany jednorodną, cienką, wiotką i nierozciągliwą linią o długości całkowitej l i masie m , ryc.17.



Ryc.17

drugi jednorodny krażek w kształcie walca o takim samym promieniu R i masie M ślizga się bez tarcia po powierzchni stołu tocząc się po napiętej linii. Układ obraca się wokół nieruchomego krażka z częstością kątową ω . Nie zachodzi poślizg linii po żadnym z dwóch krażków. Oblicz energię kinetyczną układu.

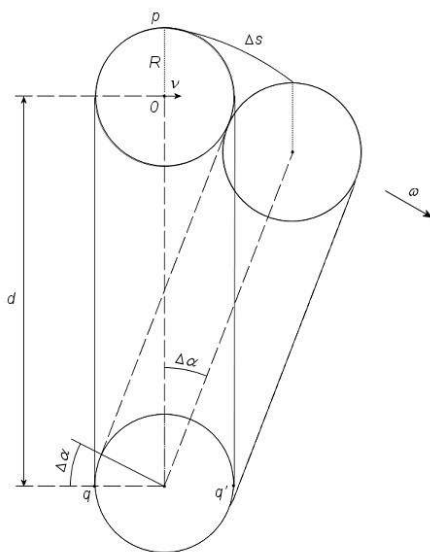
ROZWIĄZANIE ZADANIA T1

Środek ruchomego krażka O porusza się z prędkością $v = \omega d$, gdzie

$$d = (l - 2\pi R)/2 \quad (1)$$

jest odległością wzajemną środków obu krażków. Po czasie Δt środek O obróci się wokół nieruchomego krażka (ryc.18) o kąt

$$\Delta\alpha = \omega\Delta t. \quad (2)$$



Ryc.18

Dla małych Δt punkt p liny przebywa drogę

$$\Delta s = \Delta\alpha(d+R) - \Delta\alpha R = \Delta\alpha d \quad (3)$$

Równa drodze przebytej przez środek krążka O. Lina nie ślizga się po krążku, zatem krążek nie wykonuje obrotu wokół osi przechodzącej przez środek O. Ruch krążka jest ruchem postępowym. Energia kinetyczna ruchomego krążka wraz z przylegającą do niego częścią liny jest więc równa

$$E_1 = [M + m(\pi R/l)] (\omega d)^2/2 \quad (4)$$

Chwilowa prędkość punktów q i q' liny jest równa zero (część liny przylegająca do nieruchomego krążka spoczywa), odcinki liny nie przylegające do krążków obracają się wokół punktów q i q' z prędkością kątową ω . Energia kinetyczna każdego z tych odcinków jest zatem równa

$$E_2 = I\omega^2/2 \quad (5)$$

Gdzie moment bezwładności napiętego odcinka liny o długości d względem osi przechodzącej przez punkt q (q') wynosi

$$I = (1/3) (md/l) d^2.$$

Korzystając z (1),(4-6) otrzymujemy energię kinetyczną układu:

$$E = E_1 + 2E_2 = [M/2 + m(l+\pi R)/6l] \omega^2 (l/2 - \pi R)^2.$$

Punktacja

Pomysł i poprawne rozwiązanie teoretyczne – 10 pkt

Źródło:
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” 93/94

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szcz.pl