

XXVIII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP III

Zadanie teoretyczne

ZADANIE T3

Nazwa zadania: „Prawo Stefana-Boltzmana”

Rozpatrując silnik termodynamiczny, w którym ciałem roboczym jest promieniowanie elektromagnetyczne, pracujący w cyklu Carnota (pokazany na rys. 97) i korzystając z II zasady termodynamiki wyprowadź prawo Stefana-Boltzmana głoszące, że energia wypromieniowana przez jednostkę powierzchni ciała doskonale czarnego w ciągu jednostki czasu jest proporcjonalna do czwartej potęgi temperatury bezwzględnej.

Uwaga:

1) W zadaniu skorzystaj ze związku

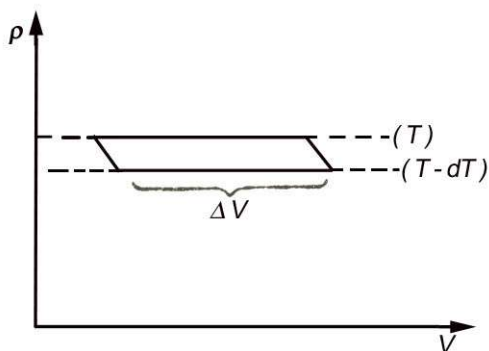
$$p = \frac{1}{3}u,$$

gdzie: p oznacza ciśnienie promieniowania, u - jego objętościową gęstość energii. Związek ten był przedmiotem jednego z zadań olimpijskich i nie trzeba go dowodzić.

2) Sprawność silnika pracującego w cyklu Carnota wynosi

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdzie: T_1 oznacza temperaturę grzejnika, T_2 - temperaturę chłodnicy.



Rys. 97

ROZWIĄZANIE ZADANIA T3

Zgodnie ze wskazówką, z II zasady termodynamiki $\eta = \frac{dT}{T}$. Obliczmy teraz η korzystając z definicji sprawności. W tym celu musimy policzyć otrzymaną pracę i pobrane ciepło w jednym cyklu. Praca wynosi oczywiście

$$\Delta V p(T) \qquad - \Delta V p(T - dT) =$$

praca na górnym odcinku poziomym praca na dolnym odcinku poziomym

$$= \Delta V p(T) - \Delta V [p(T) - dp] = \Delta V p(T) - \Delta V p(T) + \Delta V dp = \frac{1}{3} du \Delta V.$$

dp jest małą zmianą ciśnienia odpowiadającą małej zmianie temperatury dT . Ciepło zaś jest równe

$$\Delta(uV) + \Delta V p(T) = u \Delta V + \frac{1}{3} u \Delta V = 4/3 u \Delta V.$$

Zatem
$$\eta = \frac{1}{4} \frac{du}{u}.$$

Wobec tego
$$\frac{dT}{T} = \frac{1}{4} \frac{du}{u},$$

stąd
$$u(T) \sim T^4.$$

Przy obliczaniu pracy i ciepła zaniedbaliśmy efekty związane z odcinkami nierównoległymi do osi V . Uczyniliśmy tak dlatego, że odcinki te mają długość nieskończenie małą w stosunku do ΔV .

Wyznaczenie zależności gęstości promieniowania od temperatury nie kończy jeszcze zadania. Należałoby jeszcze dowieść, że energia E wysyłana przez jednostkę powierzchni np. wewnątrz z promieniowaniem w ciągu jednostki czasu jest proporcjonalna do u . Ten prosty dowód pozostawiamy Czytelnikowi. Tak więc

$$E \sim u \sim T^4.$$

Źródło:
Zadanie pochodzi z „Druk OF” XXVII-XXVIII

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie
www.of.szc.pl