

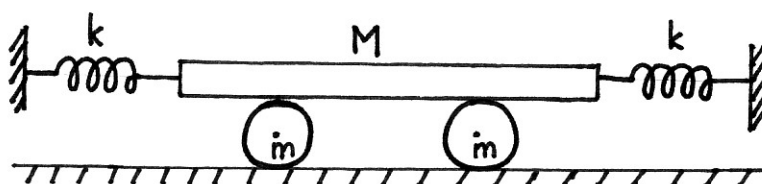
# XXXVII OLIMPIADA FIZYCZNA ETAP I

## Zadanie teoretyczne.

### ZADANIE T2

Nazwa zadania: „Drgająca deska pomiędzy sprężynkami”

Deska o masie  $M$  leży na dwóch jednakowych, jednorodnych wałkach o masie  $m$  każdy. Końce deski są przymocowane do sprężyn o współczynnikach sprężystości  $k$  (ryc. 1). Zakładając, że walce nie ślizgają się



Ryc. 1.

po podłożu a deska po wałkach, znajdź okres drgań układu.

### ROZWIĄZANIE ZADANIA T2

Wychyleniu deski z położenia równowagi np. w prawo o  $x$  odpowiada przemieszczenie każdego z walców w prawo o  $\frac{x}{2}$ , wydłużenie lewej sprężyny o  $x$  i skrócenie prawej sprężyny o  $x$ . Zmiana energii potencjalnej obu sprężyn (łącznie) wynosi

$$E_p = kx^2.$$

Walce w czasie drgań układu toczą się bez poślizgu. W układzie występuje więc siła tarcia  $T$ , ale nie wykonuje ona pracy. Można zatem stosować zasadę zachowania energii mechanicznej.

W momencie przejścia układu przez położenie równowagi deska ma energię kinetyczną

$$E_{kd} = \frac{1}{2}Mv^2.$$

Każdy z walców ma wtedy energię kinetyczną

$$E_{kw} = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I\omega_0^2,$$

przy czym prędkość środka walca  $v_0$  równa się  $\frac{v}{2}$ ,  $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$  oraz  $I = \frac{1}{2}mr^2$ , gdzie  $r$  oznacza promień walca. Zatem

$$E_{kw} = \frac{1}{8}mv^2 + \frac{1}{16}mv^2 = \frac{3}{16}mv^2,$$

całkowita energia kinetyczna układu wynosi więc

$$E_k = \frac{1}{2}Mv^2 + 2\frac{3}{16}mv^2 = \frac{1}{2}\left(M + \frac{3}{4}m\right)v^2 = \frac{1}{2}m_r v^2,$$

gdzie

$$m_r = M + \frac{3}{4}m$$

jest masą zredukowaną drgającego układu. Zgodnie z zasadą zachowania energii mamy

$$E_p + E_k = \text{const.}$$

Zatem

$$kx^2 + \frac{1}{2}m_r \left[ \frac{dx}{dt} \right]^2 = \text{const.}$$

Obliczając pochodną względem czasu z obu stron tej zależności dostajemy

$$2kx \frac{dx}{dt} + m_r \left[ \frac{dx}{dt} \right] \left[ \frac{d^2x}{dt^2} \right] = 0$$

stąd

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2k}{m_r}x = 0.$$

Jest to równanie ruchu harmonicznego postaci

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

gdzie

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Stąd dostajemy

$$T = \pi \sqrt{\frac{4M + 3m}{2k}}.$$

### Punktacja:

Energia potencjalna	2 pkt.
Energia kinetyczna	4 pkt.
Zachowanie energii mechanicznej	2 pkt.
Równanie ruchu	1 pkt.
Okres	1 pkt.

Razem \_\_\_\_\_ 10 pkt.

Źródło:  
Zadanie pochodzi z czasopisma „Fizyka w Szkole” maj-czerwiec 1988

Komitet Okręgowy Olimpiady Fizycznej w Szczecinie  
[www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl)